**§1. HAI QUI TẮC ĐẾM CƠ BẢN**

|  |
| --- |
| **1. Qui tắc cộng**:   * Giả sử công việc **A** có thể được thực hiện theo một trong **k** **phương án** **A1, A2, … , Ak**. * Mỗi **phương án** **Ai** có **ni** cách thực hiện,   Khi đó công việc **A** có thể được thực hiện bởi  cách. |

1. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng chọn đề tài.
2. Một học sinh thi cuối kì có thể chọn một trong ba loại đề, trong đó có 50 đề dễ, 60 đề trung bình và 70 đề khó. Hỏi học sinh đó có bao nhiêu cách chọn đề thi.
3. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể di chuyển bằng các phương tiện như : ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để đi từ tỉnh A sang tỉnh B.
4. Một hộp đựng 10 viên bi xanh, 11 viên bi đỏ và 12 viên bi vàng. Một em bé muốn chọn một viên để chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

**2. Qui tắc nhân**:

Giả sử thực hiện công việc **A** bao gồm **k** **công đoạn** **A1, A2, … , Ak**.

Mỗi **công đoạn** **Ai** có **ni** cách thực hiện, 

Khi đó công việc **A** có thể được thực hiện bởi  cách.

1. Bạn Nam có 5 áo sơ mi trắng và 4 quần tây đen. Khi đến trường thì bạn Nam có bao nhiêu cách lựa chọn trang phục.
2. An đến nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình đến nhà Cường có 5 con đường đi. Hỏi từ nhà An đến nhà Cường có bao nhiêu con đường để đi.
3. Một trường phổ thông có 30 học sinh chuyên tin và 35 học sinh chuyên toán. Thành lập một đoàn gồm hai người dự hội nghị sao cho có một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên.
4. Lớp 11A có 30 học sinh. Tập thể lớp muốn bầu ra một lớp trưởng, một lớp phó và một thủ quỹ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một ban cán sự lớp như trên.
5. Cho tập . Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau.

|  |
| --- |
| **3. Tổng quát**  • Khi thực hiện xong một công việc, có nhiều **phương án**, mỗi **phương án** ta đều thực hiện được xong công việc. Khi đó ta dùng **qui tắc cộng** (**cộng tất cả** số cách thực hiện của từng **phương án**) ta được số cách thực hiện công việc.  • Khi thực hiện một công việc mà phải trải qua nhiều **bước** mới xong công việc thì ta dùng **qui tắc nhân** (**nhân tất cả** số cách thực hiện cho **từng** **bước**) ta được số cách thực hiện công việc. |

1. Trong một lớp học có 18 bạn nam, 12 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn
2. Một bạn phụ trách quỹ lớp.
3. Hai bạn, trong đó có một nam và một nữ.
4. Trên giá sách có 10 quyển sách tiếng Việt khác nhau, 8 quyển tiếng Anh khác nhau, và 6 quyển tiếng Pháp khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn
5. Một quyển sách.
6. Ba quyển sách ba thứ tiếng khác nhau.
7. Hai quyển sách hai thứ tiếng khác nhau.
8. Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Hỏi 1 người đi chợ:
9. Có mấy cách vào và ra chợ.
10. Có mấy cách vào và ra chợ bằng hai cổng khác nhau.
11. Cho tập X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Từ các phần tử của X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên trong các trường hợp sau:
12. Số đó có 2 chữ số.
13. Số đó có 3 chữ số khác nhau từng đôi một.
14. Số đó có 3 chữ số khác nhau từng đôi một và là chữ số chẵn.
15. Số đó có 4 chữ số khác nhau từng đôi một và là chữ số lẻ.

**BÀI TẬP**

1. Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn, mỗi đội chỉ được trình diễn 1 vở kịch, 1 điệu múa và 1 bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình biểu diễn, biết rằng chất lượng các vở kịch, điệu múa, các bài hát là như nhau?
2. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có hai cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn áo – cà vạt nếu:
3. Chọn áo nào cũng được và cà vạt nào cũng được.
4. Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng.
5. Có  học sinh, trong đó có An và Bình. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp  học sinh này lên một đoàn tàu gồm  toa, biết rằng:
6.  học sinh lên cùng một toa.
7.  học sinh lên  toa đầu và mỗi toa một người.
8.  học sinh lên  toa khác nhau.
9. An và Bình lên cùng toa đầu tiên.
10. An và Bình lên cùng một toa, ngoài ra không có học sinh nào khác lên toa này.
11. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên :
12. Có 2 chữ số.
13. Có 2 chữ số khác nhau.
14. Có 2 chữ số và là chữ số lẻ.
15. Có 2 chữ số khác nhau và là chữ số chẵn.
16. Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên:
17. Có 6 chữ số.
18. Có 6 chữ số khác nhau.
19. Có 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 2.
20. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?
21. Có bao nhiêu số tự nhiên:
22. Có 5 chữ số mà cả 5 chữ số đều là chẵn.
23. Có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 10.
24. Cho tập .
25. Có bao nhiêu số có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 1 luôn có mặt và các số đều là số lẻ.
26. Có bao nhiêu số có năm chữ số đôi một khác nhau sao cho các số bắt đầu là chữ số lẻ và kết thúc là các chữ số chẵn.
27. Cho sáu số:  Có thể tạo ra bao nhiêu số gồm bốn chữ số khác nhau. Trong đó có bao nhiêu số chia hết cho 
28. Cho tập  Có bao nhiêu số gồm sáu chữ số có nghĩa đôi một khác nhau chia hết cho  và luôn có chữ số  được lấy từ tập  ?
29. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt, trong đó:
30. Số đó bắt đầu là 123.
31. Số đó không bắt đầu bằng 123.
32. Xét dãy (ai) gồm 7 chữ số thỏa : a3 chẵn, a7 không chia hết cho 5, ba chữ số a4, a5, a6 đôi một khác nhau. Có bao nhiêu số như vậy. (ĐHQG 98)
33. Từ 6 số: 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số:
34. Khác nhau.
35. Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lớn hơn 300.
36. Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chia hết cho 5.
37. Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chẵn.
38. Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lẻ.
39. Có  thẻ đựng trong hai hộp khác nhau, mỗi hộp chứa  thẻ được đánh số liên tiếp từ  đến  Có bao nhiêu cách chọn hai thẻ (mỗi hộp một thẻ) sao cho tích hai số ghi trên hai thẻ là một số chẵn.
40. Từ các số: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số lẻ có 3 chữ số khác nhau nhỏ hơn 400?
41. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau nằm trong khoảng (300, 500).
42. Cho các số  có bao nhiêu cách lập ra một số gồm ba chữ số khác nhau từ năm chữ số trên sao cho số tạo thành là một số nhỏ hơn  ?
43. Tìm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số sao cho trong mỗi số đó có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước.
44. Cho các số . Có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số trong đó chữ số 5 lặp lại ba lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.
45. Trong một trường THPT  khối  có:  em tham gia câu lạc bộ Toán,  em tham gia câu lạc bộ Tin học,  em tham gia cả hai câu lạc bộ. Hỏi khối  có bao nhiêu học sinh ?
46. Một lớp có  học sinh, đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn thể thao: bóng đá và cầu lông. Có  em đăng ký môn bóng đá,  em đăng ký môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký cả hai môn thể thao ?

**§2. HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP**

|  |
| --- |
| **1. Hoán vị**  • Một tập hợp A gồm **n** phần tử (n ≥ 1). Mỗi cách sắp xếp **n** phần tử này theo một thứ tự nào đó được gọi là một **hoán vị** **của** **n** **phần tử** của A.  • Số các **hoán vị** **của** **n** **phần tử** là: **Pn = n! = 1.2.3…(n – 1).n** |

1. Giả sử muốn xếp 3 bạn A, B, C, ngồi vào bàn dài có 3 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho mỗi bạn ngồi một ghế ?

(*mỗi cách xếp chỗ ngồi cho 3 bạn trên được gọi là một* ***hoán vị*** *vị trí* ***của 3*** *bạn*)

1. Vì đãng trí nên anh A đã quên mất mã PIN trên chiếc SmartPhone của mình. Anh chỉ còn nhớ password mình cài đặt có đúng bảy số khác nhau là các số: 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9 nhưng thứ tự thế nào thì không nhớ. Sẵn đang rãnh rỗi nên anh quyết ngồi mò ra pass, hỏi tối đa anh phải thử bao nhiêu lần để có thể unlock điện thoại của mình?

(*mỗi cách đặt thứ tự cho 7 chữ số trên được gọi là một* ***hoán vị*** *thứ tự* ***của 7*** *chữ số*)

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn học sinh A, B, C, D, E cùng ngồi vào một chiếc ghế dài sao cho:

a) Các bạn được ngồi tùy ý?

b) Bạn B ngồi chính giữa?

c) Hai bạn D và E ngồi ở hai đầu ghế?

1. Có 7 quyển sách Toán, 6 quyển sách Lý và 4 quyển sách Hóa. Hỏi có bao nhiêu cách xếp số sách đó lên một kệ sách dài trong mỗi trường hợp:

a) Các quyển sách đó được xếp tùy ý.

b) Các quyển sách cùng môn được xếp cạnh nhau.

c) Các quyển sách cùng môn được xếp cạnh nhau và sách Toán nằm ở giữa.

1. Một cái khay tròn đựng bánh kẹo ngày Tết có 6 ngăn hình quạt màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách bày 6 loại bánh kẹo vào 6 ngăn đó?
2. Có bao nhiêu cách xếp 12 vị khách (trong đó có 2 người tên là: Bắc và Trung) vào một bàn tròn 12 chỗ, sao cho:

a) Các vị khách ngồi tùy ý.

b) Hai người Bắc và Trung ngồi kế nhau.

1. Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số:

a) Bắt đầu bằng chữ số 4?

b) Không bắt đầu bằng chữ số 1?

c) Bắt đầu bằng 25?

d) Không bắt đầu bằng 145?

1. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số có 6 chữ số khác nhau. Hỏi trong các số đã thiết lập được, có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?
2. Với 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số. Trong đó, chữ số 1 có mặt đúng 3 lần, chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, mỗi chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần?

**2. Chỉnh hợp**

• Cho tập hợp A gồm **n** phần tử. Mỗi cách lấy ra **k** phần tử của A (1 ≤ k ≤ n) và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử** của tập A.

• Số các **chỉnh hợp chập k của n phần tử** là:



***Chú ý***:

+ 

+ 

+ Công thức  vẫn áp dụng được với 0 ≤ k ≤ n.

1. Giả sử muốn chọn 3 bạn trong 5 bạn A, B, C, D, E và sắp ngồi vào 3 ghế trên một bàn dài. Hỏi có bao nhiêu cách?

(*mỗi cách chọn và sắp vị trí cho 3 bạn từ 5 bạn được gọi là một* ***chỉnh hợp chập 3 của 5***)

1. Từ tất cả các chữ cái tiếng Anh từ A đến Z, lấy ra 7 chữ cái rồi sắp xếp vị trí để thành một chuỗi kí tự hoàn chỉnh bất kì. Hỏi có bao nhiêu chuỗi kí tự được tạo thành?

(*mỗi cách chọn và sắp vị trí cho 7 chữ cái được gọi là một* ***chỉnh hợp chập 7 của*** *……*)

1. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác  có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập các điểm đã cho?
2. Huấn luyện viên một đội bóng muốn chọn 5 cầu thủ để đá quả luân lưu 11 mét. Có bao nhiêu cách chọn nếu:
3. Cả 11 cầu thủ có khả năng đá như nhau? (kể cả thủ môn).
4. Có 3 cầu thủ bị chấn thương không đá được và nhất thiết phải bố trí cầu thủ A đá quả số 1 và cầu thủ B đá quả số 4.
5. Một người muốn xếp đặt một số pho tượng vào một dãy 6 chỗ trống trên một kệ trang trí. Có bao nhiêu cách sắp xếp nếu:
6. Người đó có 6 pho tượng khác nhau?
7. Người đó có 4 pho tượng khác nhau?
8. Người đó có 8 pho tượng khác nhau?
9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu:
10. Số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
11. Số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau?
12. Cho các số . Hãy tìm tất cả các số:
13. Có sáu chữ số đôi một khác nhau.
14. Có ba chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 5.

|  |
| --- |
| **3. Tổ hợp**  • Cho tập A gồm **n** phần tử. Mỗi tập con gồm **k** (1 k n) phần tử của A được gọi là một **tổ hợp chập k của n phần tử** của A.  • Số các **tổ hợp chập k của n phần tử** là:  ***Chú ý*:**+  +  +  (hằng đẳng thức Pascal)  +  vẫn đúng với 0 ≤ k ≤ n. |

1. Có bao nhiêu cách lập một ban chấp hành gồm 3 người trong một chi đoàn có 14 người? (*mỗi cách lập một ban chấp hành gồm 3 người được gọi là một* ***tổ hợp chập 3 của 14***)
2. Vòng chung kết bóng đá Euro có 24 đội thi đấu. Hỏi có bao nhiêu cách dự đoán 4 đội bóng vào Bán Kết?(*mỗi cách dự đoán 4 đội được gọi là một* ***tổ hợp chập 4 của 24*** *đội*)
3. Một lớp học có 30 học sinh, cần lập ra một tổ công tác gồm 5 học sinh. Hỏi có mấy cách?
4. Trong không gian cho một tập hợp X gồm 10 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng:
5. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng được tạo thành?
6. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành?
7. Cho hai đường thẳng song song (d1), (d2). Trên (d1) lấy 17 điểm phân biệt, trên (d2) lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên (d1) và (d2).
8. Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 bài tập. Người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong mỗi đề thi phải gồm 3 câu hỏi, trong đó nhất thiết phải có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 bài tập. Hỏi có thể tạo ra bao nhiêu đề thi?
9. Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:
10. Gồm 4 học sinh tuỳ ý.
11. Có 1 nam và 3 nữ.
12. Có 2 nam và 2 nữ.
13. Có ít nhất 1 nam.
14. Có ít nhất 1 nam và 1 nữ.
15. Chia 12 học sinh làm 3 tổ, mỗi tổ 4 học sinh. Có bao nhiêu cách?
16. Có bao nhiêu cách chia 9 món đồ chơi khác nhau cho 4 đứa trẻ, biết đứa bé nhất được 3 món, mỗi đứa còn lại được 2 món.

**4. Công thức giai thừa – Áp dụng giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình**

♦ **Một số công thức về giai thừa**:

•  Qui ước: 0! = 1

• 

•  (với *n* > *p*)

•  (với *n* > *p*)

♦ **Các kí hiệu, công thức và điều kiện**:

•  Điều kiện: .

•  Điều kiện: .

•  Điều kiện: 

•  Điều kiện: 

•  Điều kiện: 

•  Điều kiện: 

1. Rút gọn các biểu thức sau:
2.  b) 
3.  d) 
4.  f) 
5.  h) 
6. Giải các phương trình sau:
7.  b)  c) 
8.  e)  f) 
9.  i)  j) 
10. Giải các hệ phương trình sau:
11.  b)  c) 
12. Giải các bất phương trình sau:
13. . b)  c)

**BÀI TẬP**

1. Có 2 dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào hai dãy ghế trên, có bao nhiêu cách xếp, nếu:
2. Sắp một cách tuỳ ý. b) Nam 1 dãy, nữ 1 dãy. (ĐH Cần Thơ 99)
3. Có bao nhiêu số điện thoại có 9 chữ số? Trong đó có bao nhiêu số điện thoại có 9 chữ số khác nhau?
4. Sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi nếu:
5. Nam sinh ngồi kề nhau, nữ sinh ngồi kề nhau?
6. Chỉ có nữ ngồi kề nhau?
7. Trong một cuộc đua ngựa có 12 con ngựa cùng xuất phát. Hỏi có bao nhiêu khả năng xếp loại:

a) Ba con ngựa về nhất, nhì, ba. b) Ba con ngựa về đích đầu tiên.

1. Cho 5 điểm trong mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu vectơ tạo thành từ 5 điểm ấy? Có bao nhiêu đoạn thẳng tạo thành từ 5 điểm ấy?
2. Một cuộc khiêu vũ có 10 nam và 6 nữ. Người ta chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
3. Có 6 bài toán Đại số, 5 bài Hình học và 4 bài Lượng giác. Từ các bài toán trên, có bao nhiêu cách tạo một đề kiểm tra gồm 5 bài toán: 2 bài Đại số, 2 bài Hình học và 1 bài Lượng giác?
4. Từ 20 người, chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư ký và 3 ủy viên. Hỏi có mấy cách chọn?
5. Một tổ gồm 8 nam và 6 nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó sao cho có không quá 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
6. Một túi đựng 10 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Cần chọn ra 5 quả cầu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để được:
7. 2 quả cẩu đỏ và 3 quả cầu xanh. b) Có ít nhất 3 quả cầu đỏ.
8. Có nhiều nhất 2 quả cầu đỏ. d) Có ít nhất 1 quả cầu xanh.
9. 5 quả cùng màu. f) 5 quả cầu có đủ 2 màu.
10. Một đội văn nghệ có 12 nam và 8 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 người trong mỗi trường hợp sau:
11. Có đúng 1 nam. b) Có nhiều nhất 2 nam.
12. Có ít nhất 3 nam. d) Có ít nhất 1 nam.
13. Có ít nhất 2 nam, 2 nữ.
14. Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ, người ta muốn chọn ra một bó hóa gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó:
15. Có đúng 1 bông hồng đỏ?
16. Có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ?
17. Từ một tập thể 14 người gồm 6 nam và 8 nữ trong đó có An và Bình, người ta muốn chọn một tổ công tác gồm có 6 người. Tìm số cách chọn biết rằng: trong tổ có 1 tổ trưởng, 5 tổ viên, hơn nữa An và Bình không đồng thời có mặt trong tổ? (ĐH Kinh tế, Tp. HCM, 2001)
18. Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn của các nước: Mỹ 5 người, Nga 5 người, Anh 4 người, Pháp 6 người, Đức 4 người. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp cho mọi thành viên sao cho người cùng quốc tịch ngồi gần nhau?
19. Có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ được xếp ngồi trên một bàn dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu các học sinh nữ không được ngồi cạnh nhau.
20. Trong số 16 học sinh có 3 học sinh giỏi, 5 khá, 8 trung bình. Có bao nhiêu cách chia số học sinh đó thành hai tổ, mỗi tổ 8 học sinh sao cho mỗi tổ đều có học sinh giỏi và mỗi tổ có ít nhất hai học sinh khá. (HVKT Quân sự, 2001)
21. Xếp 7 kĩ sư vào 4 xưởng, mỗi xưởng 1 hoặc 2 kĩ sư. Hỏi có mấy cách xếp?
22. Một đoàn tàu có 3 toa chở khách. Toa I, II, III. Trên sân ga có 4 khách chuẩn bị đi tàu. Biết mỗi toa có ít nhất 4 chỗ trống. Hỏi:
23. Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 4 vị khách lên 3 toa.
24. Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 4 vị khách lên tàu sao cho có 1 toa có 3 trong 4 vị khách nói trên. (ĐH Luật Hà Nội, 1999)
25. Một đa giác lồi có n cạnh. Hỏi có bao nhiêu đường chéo?
26. Trong mặt phẳng cho n đường thẳng cắt nhau từng đôi một, nhưng không có 3 đường nào đồng quy. Hỏi có bao nhiêu giao điểm? Có bao nhiêu tam giác được tạo thành?
27. Cho 10 điểm trong không gian, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.
28. Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là 3 trong 10 điểm trên?
29. Nếu trong 10 điểm trên không có 4 điểm nào đồng phẳng, thì có bao nhiêu tứ diện được tạo thành?
30. Cho mặt phẳng cho đa giác đều H có 20 cạnh. Xét các tam giác có ba đỉnh được lấy từ các đỉnh của H.
31. Có tất cả bao nhiêu tam giác như vậy?
32. Có bao nhiêu tam giác có đúng hai cạnh là cạnh của H?
33. Có bao nhiêu tam giác có đúng một cạnh là cạnh của H?
34. Có bao nhiêu tam giác không có cạnh nào là cạnh của H?
35. Cho đa giác lồi (H). Gọi t là số tam giác mà ba đỉnh lấy từ các đỉnh của (H) và v là số véc tơ mà điểm đầu và điểm cuối cũng lấy từ các đỉnh của (H). Biết . Hỏi đa giác (H) có bao nhiêu cạnh.
36. Trong một giải cờ vua gồm có nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải đánh 2 ván cờ với mỗi vận động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam đánh với nhau lớn hơn số ván họ đánh với 2 vận động viên nữ là 66. Hỏi giải cờ vua có bao nhiêu vận động viên tham gia và số ván tất cả các vận động viên đã chơi là bao nhiêu.
37. Cho đa giác đều  với ( là số nguyên) nội tiếp đường tròn tâm . Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong  điểm  nhiều hơn gấp hai lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong  điểm . Tìm .
38. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số với:
39. Chữ số đầu và chữ số cuối giống nhau?
40. Chữ số đầu và cuối khác nhau?
41. Hai chữ số đầu giống nhau và hai chữ số cuối giống nhau?
42. Cho X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Có bao nhiêu cách lập ra một số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ X, sao cho:
43. Số tạo thành là số lẻ.
44. Số tạo thành là số chẵn.
45. Số tạo thành chia hết cho 5.
46. Cho X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Có bao nhiêu cách lập ra một số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ X, sao cho:
47. Số tạo thành là số lẻ. b) Số tạo thành là số chẵn.
48. Số tạo thành chia hết cho 10. d) Số tạo thành chia hết cho 5.
49. Xét những số gồm 9 chữ số, trong đó có 5 chữ số 1 và 4 chữ số còn lại là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế nếu:
50. 5 chữ số 1 được xếp kề nhau? b) Các chữ số được xếp tuỳ ý?
51. Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một và chia hết cho 3.
52. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu:
53. Số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau?
54. Số gồm 5 chữ số khác nhau và phải có mặt chữ số 5?
55. Cho tập hợp X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Có thể lập được bao nhiêu số n gồm 5 chữ số khác nhau đôi một lấy từ X sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.

(ĐHQG TP.HCM, 99, khối D, đợt 2)

1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10 (chữ số hàng vạn khác 0). (ĐH Đà Nẵng, 2000, khối A, đợt 1)
2. Cho 10 chữ số 0, 1, 2, ..., 9. Có bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số khác nhau nhỏ hơn 600000 xây dựng từ 10 chữ số đã cho. (ĐH Y khoa Hà Nội, 1997)
3. Từ tập X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} có thể lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số khác nhau từng đôi một sao cho 5 chữ số đó có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

(ĐH Cần Thơ, 2001)

1. Từ các chữ số 0, 1, 2, …, 9, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, trong đó hai chữ số kề nhau phải khác nhau?
2. Có bao nhiêu số:
3. Gồm 3 chữ số phân biệt và lớn hơn 248.
4. Là số chẵn, gồm 3 chữ số phân biệt và nhỏ hơn 345.
5. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và khác 0 biết rằng tổng của 3 chữ số này bằng 9.
6. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số đó bằng 18? Trong đó có bao nhiêu số lẻ thoả mãn điều kiện đó?
7. Với mỗi hoán vị của các số: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ta được một số tự nhiên. Tìm tổng tất cả các số tự nhiên có được từ các hoán vị của 7 phần tử trên?
8. Tìm các ước số dương của các số sau:
9. A =  b) B = 490000
10. Giải các phương trình sau:

a) . b) . c)

d) . e) . f) .

1. .

**§3. NHỊ THỨC NEWTON**

**♦ Công thức khai triển nhị thức Newton**:

Với mọi n và với mọi cặp số *a*, *b* ta có:

****



**♦ Nhận xét**:Công thức nhị thức Newton (1) có:

• Số các số hạng của khai triển bằng (*n* + 1).

• Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng luôn bằng *n*.

• Số hạng tổng quát thứ (*k* + 1) có dạng: T*k*+1 = .

• Các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và cuối thì bằng nhau: 

1. Khai triển các nhị thức sau
2.  b)  c)  d) 
3. Tìm số hạng chứa  trong khai triển 
4. Tìm số hạng chứa  trong khai triển 
5. Tìm hệ số chứa  trong khai triển 
6. Tìm số hạng chứa  trong khai triển 
7. Tìm số hạng chứa  trong khai triển 
8. Tìm hệ số chứa  trong khai triển 
9. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển 
10. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển 
11. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển 
12. Tìm số hạng không chứa  trong khai triển 
13. Chứng minh rằng:

a) 

b) 

Áp dụng, tính tổng sau: 

**BÀI TẬP**

1. Tính hệ số của  trong khai triển 
2. Tính hệ số của  trong khai triển 
3. Tính hệ số của  trong khai triển 
4. Tính hệ số của  trong khai triển 
5. Tính hệ số của  trong khai triển 
6. Tính số hạng không chứa *x* trong khai triển 
7. Tính hệ số của  trong khai triển 
8. Cho biểu thức , với 
9. Tìm hệ số của  trong khai triển của 
10. Tìm số hạng không có chứa *x* trong khai triển của 
11. Tìm số hạng thứ 6 của khai triển 
12. Tìm số hạng chính giữa của khai triển 
13. Tìm số hạng độc lập với *x* trong khai triển 
14. Cho *n* là số nguyên. Tìm hệ số của  trong khai triển: ,

biết rằng: 

1. Biết rằng hệ số của  trong khai triển  bằng 31. Tìm *n*
2. Cho biết trong khai triển  tổng các hệ số của các số hạng thứ nhất, thứ hai, thứ ba là 46. Tìm số hạng không chứa *x*
3. Tìm số hạng thứ ba của khai triển  nếu 
4. Trong khai triển  cho biết hiệu số giữa hệ số của số hạng thứ ba và thứ hai là 44. Tìm *n*
5. Tính hệ số của  trong khai triển 
6. Khai triển đa thức *P*(*x*) dưới dạng: . Hãy tính  biết rằng: 
7. Tìm hệ số của  trong khai triển 
8. Tìm hệ số của  trong khai triển của 
9. Tìm hệ số của  trong khai triển  thành đa thức.
10. Cho *n* là số nguyên dương **chẵn**, hãy tính:
11. 
12. 
13. 
14. Chứng minh rằng:
15. 
16. 
17. 
18. Tính các tổng sau:
19. 
20. 
21. 
22. 
23. 
24. Rút gọn:
25. 
26. 
27. Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển , biết rằng:

.

1. Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển , biết rằng:



1. Biết tổng tất cả các hệ số của khai triển  bằng 1024. Hãy tìm hệ số *a* của số hạng  trong khai triển đó?
2. Tìm số nguyên dương  sao cho:
3. 
4. 
5. Chứng minh rằng:
6. 
7. 
8. Rút gọn biểu thức : 
9. Khai triển  thành dạng . Tìm .
10. Khai triển thành dạng . Tìm .

**B. XÁC SUẤT**

**§4. BIẾN CỐ** & **XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ**

|  |
| --- |
| **1. Phép thử và không gian mẫu**  • **Phép thử** là một thí nghiệm hay một hành động mà:  + Kết quả của nó không thể dự đoán trước được.  + Có thể xác định được tập hợp **tất cả các kết quả có thể xảy ra** của hành động đó.  • Tập hợp **mọi kết quả** của một **phép thử** T được gọi là **không gian mẫu** của T và kí hiệu là  (viết tắt là ). |

1. Phép thử: “Gieo một con súc sắc (cục xí ngầu)” có không gian mẫu là: .
2. Xét phép thử: “Gieo 2 đồng xu phân biệt”. Nếu kí hiệu S để chỉ đồng xu “sấp”, kí hiệu N để chỉ đồng xu “ngửa” thì không gian mẫu của phép thử là: 
3. Xét phép thử T là: “Gieo 3 đồng xu phân biệt”. Không gian mẫu của phép thử đó là:

1. Xét phép thử T : “Gieo một đồng tiền và sau đó giao một con súc sắc”. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên.
2. Xét phép thử T : “Gieo hai con súc sắc cùng lúc”. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên.
3. Xét phép thử T : “giáo viên phát 10 bài kiểm tra Toán cho 10 học sinh ”. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên.

|  |
| --- |
| **2. Biến cố**  • **Biến cố** A liên quan đến **phép thử** T là **biến cố** mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.  • Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra được gọi là một **kết quả thuận lợi** cho A  • Tập hợp các **kết quả thuận lợi** cho A được kí hiệu là . Ta nói biến cố A được mô tả bởi tập . |

Xét phép thử T: “Gieo một con súc sắc” có không gian mẫu là .

Xét biến cố A: “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn”.

Biến cố A xảy ra khi kết quả của phép thử T là: ……………………………………

Các kết quả này được gọi là kết quả thuận lợi cho A và được mô tả bởi:

 là một tập con của .

1. Xét phép thử T như ví dụ 1, với biến cố B: “Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ” và biến cố C: “Số chấm trên mặt xuất hiện là một số nguyên tố”. Hãy mô tả biến cố B và C.





1. Xét phép thử T “Gieo một đồng tiền và sau đó giao một con súc sắc”. Xác định các biến cố sau:
2. A : “Đồng tiền xuất hiện mặt sấp và con súc sắc xuất hiện mặt chẵn chấm”.
3. B : “Đồng tiền xuất hiện mặt ngửa và con súc sắc xuất hiện mặt lẻ chấm”.
4. C : “Mặt 6 chấm xuất hiện”.
5. Xét phép thử T : ‘’Gieo hai con súc sắc cùng một lúc’’. Xác định các biến cố sau :
6. A :’’Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt một chấm’’.
7. B :’’ Có đúng một con súc sắc xuất hiện mặt một chấm’’.

**3. Một số biến cố đặc biệt**:

• **Biến cố chắc chắn** là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T, được mô tả bởi tập .

• **Biến cố không thể** là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T, được mô tả bởi tập .

• **Biến cố hợp**: Cho hai biến cố A và B. Biến cố “A hoặc B xảy ra”, kí hiệu , được gọi là **hợp** của hai biến cố A và B.

• **Biến cố xung khắc**: Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra. Khi đó : .

• **Biến cố đối**: Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố “Không A”, kí hiệu là , được gọi là biến cố đối của A. Ta nói A và  là hai biến cố đối nhau. .

• **Biến cố giao**: Cho hai biến cố A và B. Biến cố “A và B cùng xảy ra”, kí hiệu  (hoặc A.B), được gọi là **giao** của hai biến cố A và B.

• **Biến cố độc lập**: Hai biến cố được gọi là độc lập nếu việc xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra biến cố kia.

1. Xét phép thử T: “ Gieo một con súc sắc ”.

Biến cố: “ Số chấm trên mặt xuất hiện là một số tự nhiên từ 1 đến 6 ” là biến cố: …………

Biến cố: “ Số chấm trên mặt xuất hiện là 7 ” là biến cố: …………..........

1. Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 11 của trường. Gọi A là biến cố “ Bạn đó là học sinh học yếu môn Sinh ” và B là biến cố “ Bạn đó là học sinh dốt Lý ”.

Khi đó,  là biến cố “……………………………………..……………….….”

A.B là biến cố “………………………………………………...……….”

1. Chọn ngẫu nhiên một học sinh khối 11 của trường. Gọi A là biến cố “ Bạn đó là học sinh lớp 11A ” và B là biến cố “ Bạn đó là học sinh lớp 11B ”.

Khi đó, A và B là hai biến cố …………………………………..

1. Gieo một đồng xu liên tiếp 2 lần. Gọi A là biến cố “ Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt sấp ” và B là biến cố “ Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt ngửa ”. Khi đó, A và B là hai biến cố …………………………………..

**4. Xác suất của biến cố A** là: **P(A)** =  (hoặc )

Với  hoặc  là số phần tử của A,

 hoặc  là số phần tử của .

Suy ra: 0 ≤ P(A) ≤ 1 ; P(Ω) = 1 ; P(∅) = 0.

1. Xét phép thử T: “ Gieo hai con súc sắc ”. Các kết quả xảy ra của T lần lượt sẽ là:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

Không gian mẫu của T là 

Có tất cả ................ kết quả. Suy ra  = ………….

Các mặt của con súc sắc có cùng khả năng xuất hiện nên các kết quả của T là **đồng khả năng**.

Xét biến cố A: “ Tổng số chấm trên mặt xuất hiện là 7 ”.

Ta có:  và  = …………………..

Khi đó P(A) =  =  là xác suất của A.

1. Gieo ngẫu nhiên một cục xí ngầu cân đối và đồng chất. Cho các biến cố sau:

A: Mặt lẻ xuất hiện.

B: Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

C: Mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2.

Ta có:  

 

 

 

1. Từ một hộp chứa 4 quả cầu trắng, 3 quả cầu đỏ và 1 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp. Tính xác suất trong các trường hợp sau:
2. Lấy được quả cầu trắng.
3. Lấy được quả cầu đỏ.
4. Lấy được quả cầu xanh.
5. Gieo một con súc sắc 2 lần
6. Hãy mô tả không gian mẫu
7. Hãy xác định các biến cố sau:

A: “ Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm ”

B: “ Tổng số chấm của 2 lần là 4 ”

1. Tính P(A) và P(B).
2. Gieo một đồng tiền 2 lần.
3. Hãy mô tả không gian mẫu
4. Hãy xác định các biến cố sau:

A: “ Lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa ”

B: “ Kết quả hai lần khác nhau ”

1. Tính P(A) và P(B).
2. Một hộp có 4 bi xanh và 3 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tìm xác suất để có ít nhất 2 bi xanh.
3. Trên kệ sách có 7 quyển sách Toán, 6 quyển sách Lí và 4 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên từ kệ đó ra hai quyển sách. Tính xác suất để lấy được hai quyển sách cùng môn.
4. Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để 3 thẻ được chọn đều được đánh số lẻ.
5. Từ một hộp đựng 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu vàng, lấy ngẫu nhiên 5 quả. Tính xác suất để trong 5 quả đó có cả hai màu đỏ và vàng.
6. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên cùng một lúc ra 4 quả. Tính xác suất sao cho:

a) Bốn quả lấy ra cùng màu. b) Bốn quả lấy ra có đủ hai màu.

|  |
| --- |
| **5. Các qui tắc tính xác suất.** Cho A và B là hai biến cố:  • Qui tắc cộng: Nếu A ∩ B = ∅ thì P(A ∪ B) = P(A) + P(B)  Mở rộng: A, B bất kì: P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A.B)  • P() = 1 – P(A)  • Qui tắc nhân: Nếu A, B độc lập thì P(A.B) = P(A).P(B) |

1. Cho hai biến cố A và B, biết . Tính.
2.  b) 
3. Một xạ thủ bắn vào bia một viên đạn với xác suất trúng là . Khi đó xác suất bắn trượt là bao nhiêu?
4. Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn hai lần. Biết rằng xác suất sút được vào cầu môn là . Tính xác suất để cầu thủ đó sút hai lần bóng đều vào được cầu môn?
5. Có hai xạ thủ bắn bia. Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia là 0,8. Xác suất để xạ thủ thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Tính xác suất để:
6. Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia.
7. Cả hai xạ thủ đều không bắn trúng bia.
8. Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia.
9. Trong trò chơi ném lon, xác suất mỗi lần ném trúng của bạn Thi là . Hỏi bạn Thi đã ném bao nhiêu lần, biết rằng xác suất để bạn Thi ném trúng ít nhất một lần trong loạt ném đó là .

**BÀI TẬP**

1. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố:
2. Lần thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm.
3. Lần thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm.
4. Tổng hai mặt xuất hiện bằng 8.
5. Tích hai mặt xuất hiện là số lẻ.
6. Tích hai mặt xuất hiện là số chẵn.
7. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:
8. Các mặt xuất hiện có số chấm bằng nhau.
9. Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm.
10. Có đúng 1 con xúc sắc xuất hiện mặt 6 chấm.
11. Số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc hơn kém nhau 3.
12. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 36.
13. Tính xác suất để số được chọn nhỏ hơn 6.
14. Tính xác suất để số được chọn là số nguyên tố.
15. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.
16. Gieo đồng thời bốn đồng xu cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:
17. Cả 4 đồng xu đều ngửa.
18. Có đúng 3 đồng xu lật ngửa.
19. Có ít nhất hai đồng xu lật ngửa.
20. Một bình chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ.
21. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được cả 3 viên bi đỏ.
22. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được đủ 3 màu bi.
23. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để lấy được đúng 1 bi trắng.
24. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để lấy được đúng 2 bi trắng.
25. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi. Tính xác suất để lấy được 5 bi trắng, 3 bi xanh và 2 bi đỏ.
26. Một bình chứa 4 viên bi vàng, 6 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. lấy ngẫu nhiên 4 bi, tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ 3 màu.
27. Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được:
28. Ít nhất 2 bóng tốt.
29. Ít nhất 1 bóng tốt.
30. Một lớp có 30 học sinh, trong đó có 8 em giỏi, 15 em khá và 7 em trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em đi dự đại hội. Tính xác suất để:
31. Cả 3 em đều là học sinh giỏi.
32. Có ít nhất 1 học sinh giỏi.
33. Không có học sinh trung bình.
34. Xếp ngẫu nhiên 3 nam, 3 nữ ngồi vào 6 ghế hàng ngang. Tính xác suất sao cho:
35. Nam, nữ ngồi xen kẽ.
36. 3 nam ngồi cạnh nhau.
37. Một phòng học có 15 bộ bàn ghế, xếp chỗ ngồi cho 30 học sinh, mỗi bộ bàn ghế 2 học sinh. Tìm xác suất để hai học sinh A, B chỉ định trước ngồi cùng 1 bàn.
38. Một lớp học có 25 học sinh, trong đó gồm có 15 em học khá môn Toán, 17 em học khá môn Văn.
39. Tính xác suất để chọn được 2 em học khá cả 2 môn.
40. Tính xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn.
41. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó gồm có 18 nam, 12 nữ. Chia ngẫu nhiên 30 học sinh này thành 3 tổ đều nhau (mỗi tổ 10 học sinh). Tìm xác suất để:

a ) Hai bạn An và Bình cùng chung 1 tổ.

b) Số nam, số nữ trong 3 tổ bằng nhau.

1. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ chỉ khác nhau về màu. Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy tiếp một viên nữa. Tính xác suất của biến cố lần thứ hai được một viên bi xanh.
2. Cho 7 số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Gọi X là tập hợp các số gồm hai chữ số khác nhau lấy từ 7 số trên. Lấy ngẫu nhiên 1 số thuộc X. Tính xác suất để:
3. Số đó là số lẻ.
4. Số đó chia hết cho 5.
5. Số đó chia hết cho 9.
6. Hai người đi săn độc lập với nhau và cùng bắn một con thú. Xác suất bắn trúng của người thứ nhất là , của người thứ hai là . Tính xác suất để con thú bị bắn trúng.
7. Xác suất bắn trúng đích của một người bắn sung là 0,6. Tính xác suất để trong 3 lần bắn liên tiếp độc lập, người đó:
8. Bắn trúng đích đúng 1 lần.
9. Không lần nào bắn trúng đích.
10. Bắn trúng đích ít nhất 2 lần.
11. Một chiếc máy bay có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và II bị hỏng lần lượt là 0,01 và 0,02. Hãy tính xác suất để:
12. Cả hai động cơ đều chạy tốt.
13. Có ít nhất một động cơ chạy tốt.
14. Máy bay rơi.
15. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có 5 phương án trả lời, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Một học sinh do không học bài nên đều chọn ngẫu nhiên đáp án cả 10 câu. Tính xác suất để học sinh đó đúng cả 10 câu.
16. Một bài thi trắc nghiệm gồm 20 câu hỏi, mỗi câu cho 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu đúng được 1 điểm, mỗi câu sai bị trừ 0,25 điểm. Một học sinh làm bài bằng cách đánh lụi cả 20 câu. Tìm xác suất để học sinh đó được 10 điểm.
17. Một người say rượu bước 4 bước. Mỗi bước anh ta tiến lên phía trước nửa mét hoặc lùi về phía sau nửa mét với xác suất như nhau. Tính xác suất để sau 4 bước anh ta lại trở về điểm xuất phát.
18. Một bộ bài tú lơ khơ (♥♦♣♠) có 52 quân bài, rút ngẫu nhiên 4 quân bài. Tính xác suất để có 2 quân J, một quân Q và một quân K.

**§5. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC**

**1. Biến ngẫu nhiên rời rạc**

• X = {x1, x2, …,xn}

• P(X=xk) = pk p1 + p2 + … + pn = 1

**2. Kì vọng** (**giá trị trung bình**)

• μ = E(X) = 

**3. Phương sai và độ lệch chuẩn**

• V(X) = =  • σ(X) = 

**BÀI TẬP**

1. Hai cầu thủ bóng đá sút phạt đền. Mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn của người thứ nhất là 0,8. Tính xác suất làm bàn của người thứ hai, biết rằng xác suất để cả hai người cùng làm bàn là 0,56 và xác suất để bị thủng lưới ít nhất một lần là 0,94.
2. Một cặp vợ chồng có 3 người con. Gọi X là số lần sinh con trai. Lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X.
3. Một hộp đựng 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Gọi X là số lần lấy được bi đỏ. Lập bảng phân phối của biến ngẫu nhiên X.
4. Cho bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 |
| P | 0,3 | 0,5 | 0,2 |

Tìm kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X.

1. Một hộp đựng 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Gọi X là số bi đỏ lấy ra. Tính kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X.
2. Hai xạ thủ độc lập cùng bắn vào 1 bia. Mỗi người bắn 1 viên đạn. Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia là 0,7. Xác suất để xạ thủ thứ hai bắn trúng bia là 0,8. Gọi X là số đạn bắn trúng bia. Tính kỳ vọng, phương sai của X.

**BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG**

1. Một người có 6 cái áo, 5 cái quần và 3 đôi giày. Trong đó có 3 áo sọc và 3 áo trắng, 2 quần đen, 2 đôi giày đen. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn mặc áo – quần – giày, nếu:
2. Chọn áo, quần, giày nào cũng được?
3. Nếu chọn áo sọc thì với quần nào, giày nào cũng được; còn nếu chọn áo trắng thì chỉ mặc với quần đen và đi giày đen?
4. Một bộ sách gồm 30 tập. Hỏi có bao nhiêu cách sắp bộ sách đó lên kệ sách dài sao cho tập 1 và tập 2 không đứng kề nhau.
5. Có hai dãy ghế đối diện, mỗi dãy 6 ghế. Muốn xếp 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B. Có bao nhiêu cách, nếu:
6. Hai học sinh ngồi cạnh nhau và ngồi đối diện phải khác trường.
7. Hai học sinh ngồi cạnh nhau phải khác trường, ngồi đối diện thì cùng trường.
8. Hai học sinh ngồi đối diện phải khác trường.
9. Có thể chia 12 quyển sách khác nhau cho 4 đứa trẻ theo bao nhiêu cách biết rằng:
10. Mỗi đứa trẻ được 3 quyển sách?
11. Hai đứa lớn nhất được 4 quyển sách mỗi đứa và hai đứa bé nhất được 2 quyển sách mỗi đứa?
12. Có 5 công việc khác nhau giao cho 3 người, mỗi người ít nhất 1 việc. Có bao nhiêu cách chia?
13. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 5 người khách:
14. Vào 5 ghế thành 1 dãy.
15. Vào 5 ghế chung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này?
16. Một dãy ghế dành cho 8 nam và 5 nữ. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi nếu:
17. Nam ngồi kề nhau, nữ ngồi kề nhau?
18. Chỉ có nữ ngồi kề nhau?
19. Không có 2 nữ nào ngồi kề nhau?
20. Có bao nhiêu cách xếp 5 người gồm 3 nam và 2 nữ vào một hàng ghế gồm 8 ghế nếu:
21. Họ ngồi thế nào cũng được?
22. Họ ngồi kề nhau?
23. 3 nam ngồi kề nhau, 2 nữ ngồi kề nhau và giữa hai nhóm này có ít nhất 1 ghế trống?
24. Trong bữa tiệc sinh nhật, người ta muốn xếp 2 bà, 4 ông và 1 em bé ngồi quanh một bàn tròn 7 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho:

a) Em bé ngồi giữa hai bà.

b) Em bé ngồi giữa hai ông.

1. Lớp có 12 nam trong đó có An và có 8 nữ trong đó có Bình. Có bao nhiêu cách cử ra 5 người đi dự trại hè quốc tế sao cho phải có ít nhất hai nam, ít nhất hai nữ, hơn nữa An và Bình không đồng thời được cử đi?
2. Có 5 học sinh trong đó có An và Bình. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ lên một đoàn tàu gồm 8 toa nếu:
3. 5 người lên cùng một toa?
4. 5 người lên 5 toa đầu?
5. 5 người lên 5 toa khác nhau?
6. An và Bình lên cùng toa đầu?
7. An và Bình lên cùng một toa?
8. An và Bình lên cùng một toa, ngoài ra không có người nào khác lên toa này?
9. Cho một thập giác đều nội tiếp trong đường tròn (O):
10. Tìm số đường chéo?
11. Tìm số hình chữ nhật có đỉnh là đỉnh của thập giác?
12. Tìm số tam giác có đỉnh là đỉnh của thập giác?
13. Trong các tam giác trên có bao nhiêu tam giác có ít nhất một cạnh là cạnh của thập giác? Có bao nhiêu tam giác không có cạnh nào là cạnh của thập giác?
14. Một họ n đường thẳng song song cắt một họ *m* đường thẳng song song. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành?
15. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số phân biệt và chia hết cho 3.
16. Có bao nhiêu số lẻ, gồm 6 chữ số, chia hết cho 9.
17. Có bao nhiêu số chẵn, gồm 3 chữ số phân biệt và nhỏ hơn 547.
18. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số biết rằng hai chữ số đứng kề nhau phải khác nhau?
19. Có bao nhiêu số lớn hơn 2000 với các chữ số khác nhau từng đôi lấy từ tập X = {0, 1, 2, 3, 4}
20. Với các chữ số 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu
21. Số tự nhiên lớn hơn 400 và nhỏ hơn 600?
22. Số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau từng đôi và chia hết cho 4?
23. Cho tập E = {1, 2, 5, 7, 8}. Có bao nhiêu cách lập ra một số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lấy từ E, sao cho:

a) Số tạo thành là một số không có chự số 5.

b) Số tạo thành nhỏ hơn 278.

1. Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau từng đôi trong đó:
2. Phải có mặt chữ số 0?
3. Phải có mặt chữ số 6?
4. Phải có mặt hai chữ số 0 và 6?
5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau từng đôi biết rằng tổng 3 chữ số này bằng 12.
6. Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó?
7. Tìm tổng của tất cả các số gồm 4 chữ số khác nhau được viết từ các số 1, 2, 3, 4, 5.
8. Cho S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Có bao nhiêu tập con A của S trong mỗi trường hợp sau:
9. A có 5 phần tử.
10. A có 5 phần tử và phần tử bé nhất của A là 3.
11. A có 5 phần tử và phần tử bé nhất của A bé hơn hay bằng 3.
12. Cho S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Có bao nhiêu số có 4 chữ số phân biệt lấy từ S thỏa
13. Trong số đó các chữ số đứng sau phải lớn hơn chữ số đứng trước.
14. Số đó chẵn, các chữ số đứng sau phải nhỏ hơn chữ số đứng trước.
15. Giải các phương trình:

a)  b) 

c)  d) 

1. Giải các hệ phương trình:
2. 
3. 
4. 
5. Cho . Tính .
6. Cho . Tính  và .
7. Viết khai triển của biểu thức , từ đó chứng minh rằng: 
8. Chứng minh rằng:
9. .
10. .
11. Trong khai triển của , hãy tìm số hạng không chứa *x*.
12. Xác định hệ số của  trong khai triển của P = 
13. Tìm hệ số của  trong khai triển của .
14. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển của P(x), biết:
15. P(x) = , và 
16. P(x) = , và tổng các hệ số trong khai triển bằng 64.
17. Tìm số nguyên dương n sao cho trong khai triển của  tỉ số của số hạng thứ 4 và số hạng thứ 3 là 
18. Gieo một đồng tiền hai lần, xét biến cố A: “ ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp ”. Tính n () và n(A).
19. Gieo đồng thời ba con xúc sắc cân đối, đồng chất. Gọi A là biến cố ba mặt không giống nhau. Tính n () và n (A).
20. Gieo một con xúc sắc hai lần. tính xác suất của biến cố:
21. A : “ tổng số chấm hai lần gieo bằng 8”.
22. B : “ tổng số chấm hai lần gieo là một số chia hết cho 9 ”.
23. C : “ tổng số chấm hai lần gieo là như nhau ”.
24. Gieo một con xúc sắc hai lần. Tính xác suất của biến cố:
25. A : “ lần đầu được mặt có số chấm lẻ, lần sau được mặt có số chấm lớn hơn 2 ”.
26. B : “ một lần được số chấm là chẵn, một lần được số chấm là lẻ ”.
27. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để:
28. Các thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.
29. Có đúng một trong ba thẻ 1, 2, 3 được rút.
30. Không có thẻ nào trong ba thẻ 1, 2, 3 được rút.
31. Tích của 5 số ghi trên 5 thẻ là một số lẻ.

Tích của 5 số ghi trên 5 thẻ là một số chẵn.